

РАЗДЕЛ ПЕРВЫЙ.

СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

В этом разделе содержатся 12 заданий. По некоторым темам предлагаются задания различной сложности. Так, на плоскую систему сил наряду с простейшими схемами (задание С-2), требующими применения только трех уравнений равновесия, включены задания на составные конструкции из двух (С-5) и трех (С-4 и С-6) тел. На равновесие пространственной системы сил имеются два задания (С-10 и С-11). Выбор каждого из них может определяться профилем подготовки студентов.

I. Плоская система сил

СИСТЕМА СХОДЯЩИХСЯ СИЛ

Задание С-1. Определение реакций опор и усилий в стержнях плоской фермы

К одному из узлов плоской фермы приложена сила \vec{P} . Определить реакции опор фермы (при помощи теоремы о равновесии трех непараллельных сил), а также усилия во всех ее стержнях способом вырезания узлов. Вес стержней не учитывать. Результаты аналитического расчета проверить для каждого узла путем построения силового многоугольника.

Основываясь на полученных значениях усилий в стержнях, определить реакции опор фермы также и аналитическим способом.

Схемы ферм и необходимые для расчета данные приведены на рис. 1-3.

Пример выполнения задания. Дано: схема фермы (рис. 4, а); $P = 11$ кН, $\alpha = 30^\circ$. Найти реакции R_A , R_B и усилия в стержнях.

Решение. 1. *Определение реакций опор.* Рассмотрим внешние силы, приложенные к ферме: задаваемую силу \vec{P} и реакции опор \vec{R}_A и \vec{R}_B . Так как опора А стержневая, то линия действия реакции \vec{R}_A известна: она направлена по оси стержня AD . Линию действия реакции \vec{R}_B определяем, применяя теорему о равновесии трех непараллельных сил (рис. 4, а).

Три силы \vec{P} , \vec{R}_A и \vec{R}_B взаимно уравновешиваются, следовательно, линии их действия пересекаются в одной точке.

Находим точку пересечения линий действия сил \vec{P} и \vec{R}_A . Линия действия реакции \vec{R}_B проходит через эту точку (точку C) и центр шарнира B . Строим замкнутый силовой треугольник (рис. 4, б). Его построение начинаем с силы \vec{P} . Через начало вектора \vec{P} проводим прямую, параллельную линии действия одной реакции, например \vec{R}_A , а через конец — прямую, параллельную линии действия \vec{R}_B до их взаимного пересечения.

Стороны полученного замкнутого силового треугольника определяют модули и направления опорных реакций \vec{R}_A и \vec{R}_B . Из подобия силового треугольничка и треугольника ABC находим R_A и R_B

$$R_A/AC = P/AB = R_B/BC.$$

Приняв $AB = a$, получим:

$$AC = 3CE = 3a \operatorname{tg} \alpha = 3a \sqrt{3}/3 = a\sqrt{3};$$

$$BC = \sqrt{(AC)^2 + (AB)^2} = \\ = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2} = 2a.$$

Следовательно,

$$R_A/a\sqrt{3} = P/a = R_B/2a,$$

откуда

$$R_A = P\sqrt{3} = 11\sqrt{3} = 19,05 \text{ кН};$$

$$R_B = 2P = 2 \cdot 11 = 22 \text{ кН}.$$

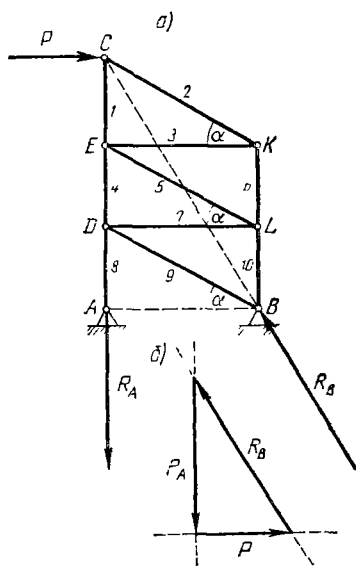


Рис 4

2. *Определение усилий в стержнях фермы.* Кроме внешних сил, которые могут быть приложены к узлу фермы, на каждый ее узел действуют реакции сходящихся в нем стержней. Эти реакции равны усилиям в стержнях.

Рассматриваем равновесие сил, приложенных к каждому узлу фермы, выбирая узлы в такой последовательности, чтобы число неизвестных сил в узле не превышало двух

Условно предполагаем, что все стержни растянуты, т. е. реакции стержней направлены от узлов (рис. 5). Отрицательные знаки найденных реакций показывают, что соответствующие стержни не растянуты, а сжаты, т. е. реакции этих стержней направлены к узлам

Реакции каждого стержня обозначим \vec{S} и \vec{S}' , причем $\vec{S} = -\vec{S}'$. Расчет начинаем с узла C .

Составим два уравнения равновесия сил, приложенных к этому узлу:

$$\sum X_i = 0; \quad P + S_2 \cos 30^\circ = 0,$$

$$\sum Y_i = 0; \quad -S_1 - S_2 \cos 60^\circ = 0,$$



откуда

$$S_2 = -\frac{P}{\cos 30^\circ} = -\frac{11 \cdot 2}{\sqrt{3}} = -12,7 \text{ кН};$$

$$S_1 = -S_2 \cos 60^\circ = -(-12,7) \cdot 0,5 = 6,35 \text{ кН}.$$

Значение S_2 получается отрицательным, S_1 — положительным. Следовательно, стержень 1 растянут, а стержень 2 сжат.

Для проверки расчета строим в масштабе треугольник сил \vec{P} , \vec{S}_1 и \vec{S}_2 , учитывая, что направление \vec{S}_2 в этом треугольнике должно быть противоположно направлению \vec{S}_2 на рис. 5, так как стержень 2 сжат (рис. 6).

Треугольник сил получается замкнутым, т. е. реакции \vec{S}_1 и \vec{S}_2 определены правильно. Реакции других стержней

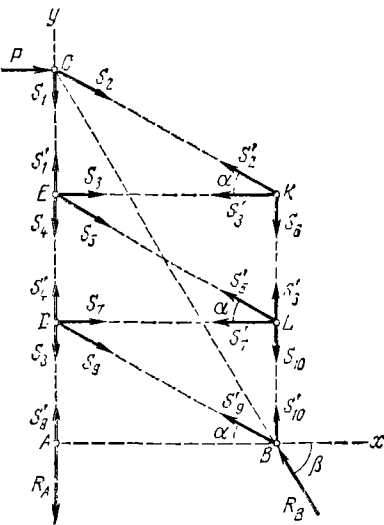


Рис. 5

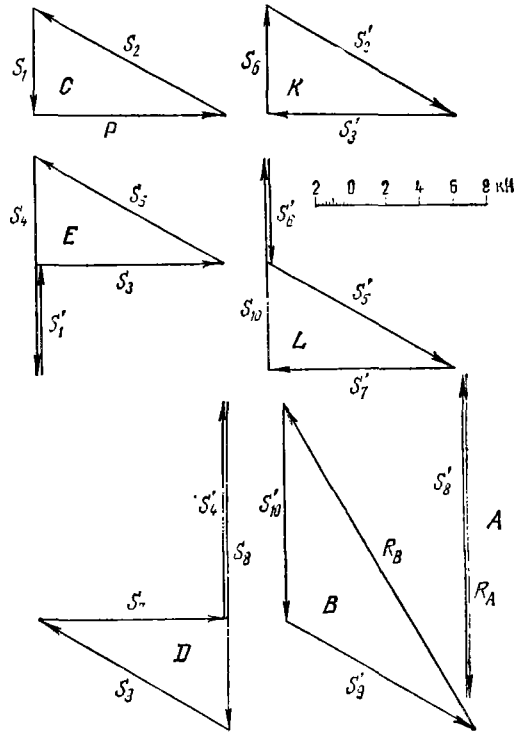


Рис. 6

фермы определяем аналогично. Замкнутые многоугольники сил, приложенных к каждому из узлов фермы, показаны на рис. 6.

Узел K:

$$\sum X_i = 0; \quad -S_2' \cos 30^\circ - S_3' = 0;$$

$$\sum Y_i = 0; \quad -S_6 + S_2' \cos 60^\circ = 0.$$

Подставляя в эти уравнения $S_2' = S_2 = -12,7$ кН, получаем:

$$S_3' = -S_2' \cos 30^\circ = -(-12,7) \sqrt{3}/2 = 11 \text{ кН};$$

$$S_6 = S_2' \cos 60^\circ = -12,7 \cdot 0,5 = -6,35 \text{ кН}.$$

Узел E:

$$\Sigma X_i = 0; \quad S_3 + S_5 \cos 30^\circ = 0;$$

$$\Sigma Y_i = 0; \quad S'_1 - S_4 - S_5 \cos 60^\circ = 0,$$

откуда

$$S_3 = -S_3 / \cos 30^\circ = -11,0 / 0,866 = -12,7 \text{ кН},$$

$$S'_1 = S'_1 - S_5 \cos 60^\circ = 6,35 - (-12,7) 0,5 = 12,7 \text{ кН}.$$

Узел L:

$$\Sigma X_i = 0; \quad -S'_7 - S'_8 \cos 30^\circ = 0;$$

$$\Sigma Y_i = 0; \quad S'_6 + S'_8 \cos 60^\circ - S_{10} = 0,$$

откуда

$$S'_7 = -S'_8 \cos 30^\circ = -(-12,7) 0,866 = 11,0 \text{ кН};$$

$$S_{10} = S'_6 + S'_8 \cos 60^\circ = -6,35 - 12,7 \cdot 0,5 = -12,7 \text{ кН}.$$

Узел D:

$$\Sigma X_i = 0; \quad S_7 + S_9 \cos 30^\circ = 0;$$

$$\Sigma Y_i = 0; \quad S'_4 - S_8 - S_9 \cos 60^\circ = 0,$$

откуда

$$S_9 = -S_7 / \cos 30^\circ = -11,0 / 0,866 = -12,7 \text{ кН};$$

$$S_8 = S'_4 - S_9 \cos 60^\circ = 12,7 - (-12,7) \cdot 0,5 = 19,05 \text{ кН}.$$

Таким образом, реакции всех стержней фермы определены.

Заметим, что реакции опор рассматриваемой фермы можно определить, составив уравнения равновесия сил, приложенных к узлам A и B (рис. 7).

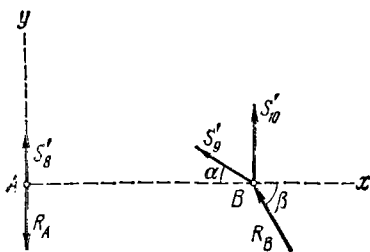


Рис. 7

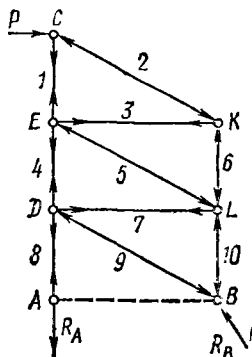


Рис. 8

Узел A:

$$\Sigma Y_i = 0; \quad S'_8 - R_A = 0. \quad R_A = S'_8 = 19,05 \text{ кН}.$$

Узел B:

$$\Sigma X_i = 0; \quad -S'_9 \cos 30^\circ - R_B \cos \beta = 0;$$

$$\Sigma Y_i = 0; \quad S'_{10} + S'_9 \cos 60^\circ + R_B \sin \beta = 0.$$

Решая совместно эти уравнения, получаем:

$$R_B = 22 \text{ кН}, \beta = \arctg 1,73 = 60^\circ.$$

Числовые значения реакций R_A и R_B , полученные двумя способами, совпадают.

Замкнутые многоугольники сил, приложенных к опорным узлам фермы, показаны на рис. 6.

3. Составление таблицы усилий в стержнях фермы и построение схемы фермы с действительными направлениями этих усилий. По результатам расчета составляем таблицу усилий в стержнях фермы (табл. 1).

Таблица 1

Номер стержня	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Знак усилия	+	-	+	+	-	-	+	+	-	-
Усилие (кН)	6,35	12,7	11,0	12,7	12,7	6,35	11,0	19,05	12,7	12,7

Схема фермы с действительными направлениями усилий в стержнях показана на рис. 8.